| Subiect | Parțial | Total |
|---|---|---|
| **1. Total punctaj subiect 1** | | **10** |
| **a)** În momentul începerii alunecării: $F_f = \mu m_1 g$ <br> Deplasarea fiind foarte lentă, $F_f = T, T = k\Delta\ell$ <br> $\Rightarrow \Delta\ell = \frac{\mu m_1 g}{k}$ | 0,50 <br> 2,00 <br> 0,50 | 3 |
| **b)** $\begin{cases} (m_1+m_2)\omega^2\left(\frac{\ell}{2}+\Delta x\right) = k\Delta x \\ m_2\omega^2\left(\frac{\ell}{2}+\Delta x\right) = \mu m_1 g \end{cases} \Rightarrow$ <br> $\omega = \sqrt{\frac{2k\mu m_1 g}{\ell k m_2 + 2\mu m_1 (m_1+m_2) g}}$ | 2,00 <br> 1,00 | 3 |
| **c)** Firul trebuie să treacă prin axa de rotație. <br> $\begin{cases} m_1\omega^2\ell_1 = T \\ m_2\omega^2\ell_2 = T \Rightarrow \\ \ell_1+\ell_2 = \ell \end{cases}$ <br> $\begin{cases} \ell_1 = \frac{m_2}{m_1+m_2}\ell \\ \ell_2 = \frac{m_1}{m_1+m_2}\ell \end{cases}$ | 0,50 <br> 1,50 <br> 1,00 | 3 |
| **Oficiu** | **1** | |

<table>
<tr><th>Subiect</th><th>Parțial</th><th>Total</th></tr>
<tr><td>2. Total punctaj subiect 2</td><td></td><td>10</td></tr>
<tr><td>a) Ariile de sub grafice reprezintă distanțele parcurse de corpuri;<br>Din asemănarea triunghiurilor, se obține:<br>$d_{56} = (2^2 - 1)\underbrace{\frac{1}{2}(6-5)\mathrm{s}(10-0)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}_{\text{Distanța parcursă de corpul 6}} = 3 \cdot 5\ \mathrm{m} = 15\ \mathrm{m}$<br>$d_{45} = (3^2 - 2^2) \cdot 5\ \mathrm{m} = 5 \cdot 5\ \mathrm{m} = 25\ \mathrm{m}$<br>$d_{34} = (4^2 - 3^2) \cdot 5\ \mathrm{m} = 7 \cdot 5\ \mathrm{m} = 35\ \mathrm{m}$<br>$d_{23} = (5^2 - 4^2) \cdot 5\ \mathrm{m} = 9 \cdot 5\ \mathrm{m} = 45\ \mathrm{m}$<br>$d_{12} = (6^2 - 5^2) \cdot 5\ \mathrm{m} = 11 \cdot 5\ \mathrm{m} = 55\ \mathrm{m}$</td><td>0,25<br>0,25<br>0,50<br>0,50<br>0,50<br>0,50<br>0,50</td><td>3</td></tr>
<tr><td>b) Când se află la înălțimea maximă, corpurile se sunt în vârfurile unui hexagon regulat de latură D.<br>Înălțimea maximă este atinsă la o distanță – pe orizontală – față de punctul de lansare egală cu jumătate din bătaie.<br>Punctele în care corpurile ating solul formează un hexagon regulat de latură $2D$.<br>$2D = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} rad$</td><td>0,50<br>0,50<br>1,00<br>1,00</td><td>3</td></tr>
<tr><td>c) Datorită simetriei axiale (cilindrice), este suficientă analiza fenomenelor într-un plan vertical, mai exact pentru un corp lansat sub unghiul $\alpha \in [0, \pi/2]$.<br>Ecuația traiectoriei unui corp este:<br>$y = x\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2$<br>Orice punct $M(x_0, y_0)$ aflat pe traiectorie, satisface condiția:<br>$y_0 = x_0\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x_0^2$<br>Sunt accesibile acele puncte $M(x_0, y_0)$ pentru care există soluții reale pentru unghiul $\alpha$, pentru $v_0$ şi $g$ fixate. Ecuația în $\alpha$ este:<br>$y_0 = x_0\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{g(1+\mathrm{tg}^2\alpha)}{2v_0^2} x_0^2 \Rightarrow \mathrm{tg}^2\alpha - 2\frac{v_0^2}{gx_0}\mathrm{tg}\,\alpha + 1 + \frac{2v_0^2 y_0}{gx_0^2} = 0$<br>$\Delta \ge 0 \Rightarrow \left(\frac{v_0^2}{gx_0}\right)^2 - 1 - \frac{2v_0^2 y_0}{gx_0^2} \ge 0 \Rightarrow y_0 \le \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2v_0^2} x_0^2$<br>Ecuația $y_0' = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2v_0^2} x_0^2$ este ecuația unei parabole cu vârful în punctul $A\left(0, v_0^2/2g\right)$ şi care intersectează axa orizontală în punctul $B\left(v_0^2/g, 0\right)$.<br>Toate punctele aflate pe parabolă şi sub aceasta, pot fi atinse de corp, alegând corespunzător unghiul de lansare. Ținând cont de simetria sistemului, locul geometric al punctelor ce pot fi atinse se află între planul orizontal al solului şi suprafața generată prin rotirea parabolei în jurul axei sale de simetrie verticală.</td><td>0,25<br>0,25<br>0,50<br>0,50<br>0,50</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Oficiu</td><td>1</td><td></td></tr>
</table>

| Subiect | Parțial | Total |
|---|---|---|
| **3. Total punctaj subiect 3** | | **10** |
| **a)** Oglinda formează o imagine virtuală $A_1B_1$ simetrică cu $AB$ față de planul oglinzii. Această imagine este obiect real pentru lentilă. | 0,50 | 3 |
| Lentila formează câte o imagine pentru fiecare dintre cele două obiecte. | 0,50 | |
| Mărirea liniară transversală pentru fiecare dintre cele două imagini: $\beta_1 = \frac{f}{-3f+f}$; $\beta_2 = \frac{f}{-5f+f}$ | 1,00 | |
| $\Rightarrow \frac{\beta_1}{\beta_2} = 2$ | 1,00 | |
| **b)** Oglinda formează o imagine virtuală $A_1B_1$ simetrică cu $AB$ față de planul oglinzii. Această imagine este obiect real pentru lentilă. | 0,50 | 3 |
| Pentru fiecare dintre cele două obiecte, lentila formează imagini la aceeaşi distanță de ea, simetrice față de axul optic principal. | 0,50 | |
| $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow x_2 = \frac{fx_1}{f+x_1} \Rightarrow$ | 0,50 | |
| $x_2 = 1,5f = 30\text{ cm}$ | 0,50 | |
| Cele două imagini sunt reale, răsturnate şi au înălțimile egale: | 0,50 | |
| $h' = \frac{1,5f}{3f}h = \frac{h}{2} = 2,5cm$ | 0,50 | |
| **c)** Imaginea furnizată de lentilă este obiect virtual pentru oglindă. | 1,00 | 3 |
| Oglinda formează o imagine reală simetrică cu obiectul față de planul oglinzii. | 1,00 | |
| Ecranul trebuie plasat paralel cu axul optic principal al lentilei, la distanța $d = 0,5f = 10\text{ cm}$ de acesta. | 1,00 | |
| **Oficiu** | **1** | |

*(subiect propus de prof. Dorel Haralamb – C.N. „Petru Rareş“ – Piatra Neamț,*
*prof. Constantin Rus – C.N. „Liviu Rebreanu“ – Bistrița)*

**Notă:**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.